УДК 51-7

**© Рау В. Г., 2016,**
*д-р физ.-мат. наук, профессор,*
*профессор кафедры информационных технологий,*
*Владимирский филиал РАНХиГС*

**© Ломтев Л. А., 2016,**
*ведущий инженер ООО «Производственное объединение "КЛИМАТВЕНТМАШ"»,*
*г. Владимир*

**© Рау Т. Ф., 2016,**
*канд. физ.-мат. наук, доцент,*
*кафедра общей и теоретической физики,*
*Владимирский государственный университет имени А. Г. и Н. Г. Столетовых*

# ПРОЦЕССЫ ЭВОЛЮЦИИ В МОДЕЛИ ГРУПП НАРУШЕННОЙ СИММЕТРИИ

***Аннотация:*** *предложена модель математической группы нарушенной симметрии (ГНС), ее реализация в компьютере и приложения при описании конвергентных процессов накопления, а также дивергентных процессов роста и эволюции систем.*

***Ключевые слова****: принцип нарушения симметрии, группы перестановок, таблицы Кэли, группа нарушенной симметрии, экономические системы, пространство состояния экономической системы, инфляция.*

***Annotation.*** *A mathematical model of the group broken symmetry (GBS), its realization in computer applications and in the description of the processes of accumulation of convergent and divergent processes as the growth and evolution of systems.*

***Keywords****: principle of broken symmetry, permutation groups, Cayley tables, group broken symmetry, economic system, space state of the economic system, the inflation rate.*

**Введение.**

Динамические модели экономических процессов достаточно полно представлены в книге Власова [1] (до 2012 года). Однако в книге не представлен более современный подход к применению метода многомерного шкалирования, получивший широкое распространение после 2000 года при решении задач микробиологии [2], но и экономике, использующей понятие экономического пространства [3]. Целью данной работы является разработка альтернативного подхода к анализу эволюционных процессов, в том числе и в экономике, используя принцип нарушения симметрии. Работа продолжает исследования, начатые ранее [4].

**Модель группы подстановок с нарушенной симметрией.**

Симметрия многогранников роста описывается классическими группами симметрии подстановок (таблицами Кэли) или матрицами преобразования пространственных координат. Нарушение кодировки в одной из подстановок приводит к новым таблицам, которые не соответствуют требованиям, предъявляемым в теории групп таблицам Кэли, а «визуализация» нарушенной таким образом симметрии дает структуры «растущих» ориентированных графов. Поэтому подход, предлагаемый в статье, в некотором смысле является альтернативой подходу, применяемому на основе метода многомерного шкалирования, который признается наиболее современным при построении моделей эволюции в микробиологии и экономике. Как известно, только

«диссимметрия творит явление» (по Пьеру Кюри). Под термином «диссимметрия» можно понимать не только «недостаточную» симметрию, но и «нарушенную» симметрию. Приведем пример описания мозаики с конвергентными свойствами орграфа структуры. Построение мозаики (рис. 1б) выполнено копированием (инфляцией) пятиугольников по точкам структуры правильного пятиугольника на первом и других этапах «свертки», то есть создается нелинейное пространство состояний системы. После второго этапа (36 точек на рис. 5, б) математическая модель группы нарушенной симметрии будет записана так, как это представлено в табл. 1. Операция g[1] является «образующим элементом» группы. Орграф структуры операции легко сопоставить с мозаикой (рис. 1б).

Таблица 1

Таблица умножения преобразований на множестве из 36 точек

| | |
|---|---|
| g[0]=(0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 ); | g[0] g[1] g[2] g[3] g[4] |
| g[1]=(0 0 0 0 0 0 9 6 6 1 6 6 16 12 12 12 2 12 23 18 18 18 18 3 25 4 24 24 24 24 32 30 5 30 30 30 ); | g[1] g[2] g[3] g[4] g[4] |
| g[2]=(0 0 0 0 0 0 1 9 9 0 9 9 2 16 16 16 0 16 3 23 23 23 23 0 4 0 25 25 25 25 5 32 0 32 32 32 ); | g[2] g[3] g[4] g[4] g[4] |
| g[3]=(0 0 0 0 0 0 0 1 1 0 1 1 0 2 2 2 0 2 0 3 3 3 3 0 0 0 4 4 4 4 0 5 0 5 5 5 ); | g[3] g[4] g[4] g[4] g[4] |
| g[4]=(0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 ); | g[4] g[4] g[4] g[4] g[4] |

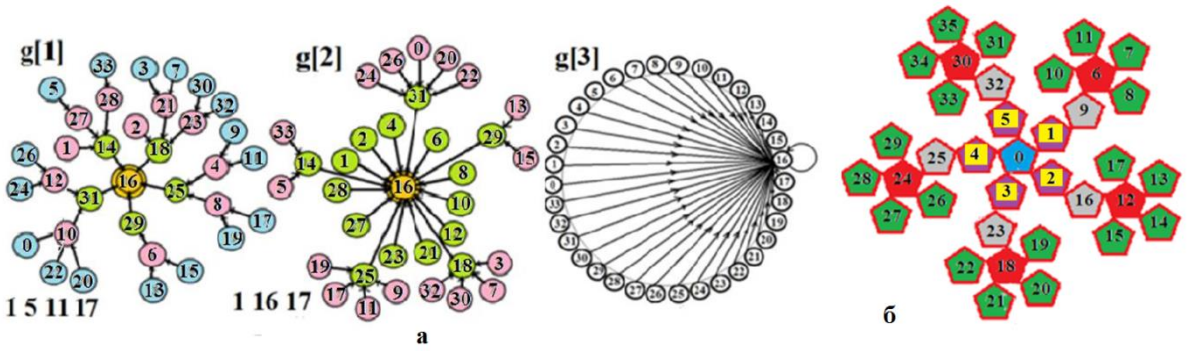



*Рис. 1. Структуры преобразований с конвергентными свойствами: а) структуры из 34 точек (g[1] - g[3]); б) структура мозаики из 36 точек (g[1], табл. 1)*

Очевидно, что структура операции g[3] (рис. 1а) представляет собой орграф с конвергентными свойствами (все пути, сходящиеся к точке), которую назовем сокращенно «Рим» (по старинной поговорке: «все дороги ведут в Рим»), а множество элементов такой таблицы, в которой существует «римская» точка, «римским множеством преобразований».

Таблица 2

Таблица умножения преобразований с «римской точкой»

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| g[0]=(0 1 2 3 4 5 6 7 ); | g[0] | g[1] | g[2] | g[3] | g[4] | g[5] | g[6] | g[7] | |
| g[1]=(1 2 3 4 5 6 7 7 ); | g[1] | g[2] | g[3] | g[4] | g[5] | g[6] | g[7] | g[7] | |
| g[2]=(2 3 4 5 6 7 7 7 ); | g[2] | g[3] | g[4] | g[5] | g[6] | g[7] | g[7] | g[7] | |
| g[3]=(3 4 5 6 7 7 7 7 ); | g[3] | g[4] | g[5] | g[6] | g[7] | g[7] | g[7] | g[7] | |
| g[4]=(4 5 6 7 7 7 7 7 ); | g[4] | g[5] | g[6] | g[7] | g[7] | g[7] | g[7] | g[7] | |
| g[5]=(5 6 7 7 7 7 7 7 ); | g[5] | g[6] | g[7] | g[7] | g[7] | g[7] | g[7] | g[7] | |
| g[6]=(6 7 7 7 7 7 7 7 ); | g[6] | g[7] | g[7] | g[7] | g[7] | g[7] | g[7] | g[7] | |
| g[7]=(7 7 7 7 7 7 7 7 ); | g[7] | g[7] | g[7] | g[7] | g[7] | g[7] | g[7] | g[7] | РИМ |

**Результаты**, полученные в компьютерном эксперименте, могут быть применены для дальнейшего поиска структур с группами нарушенной симметрии (ГНС) в экономике.

1. Переход к орграфу с расходящимися векторами («все дороги выходят из Рима») формально можно представить «обратными» операциями $g^{-1}$[1], в матрицах подстановок в которых верхняя и нижняя строка меняются местами. Очевидно, что конвергентные и дивергентные свойства обратны друг другу. Поэтому описание множеств с дивергентными свойствами расходимости орграфа структуры определяется простым переходом в записи: от обычных матриц подстановок к обратным. Операция g[7] в римском множестве таблицы 2 выполняет роль «нуля», так как ее применение к другим операциям множества элементов оставляет g[7] в качестве результата: «нуль на что ни умножай, остается нулем». Таким образом, римское множество бинарных операций имеет «единицу» (g[0]) и «ноль» (g[7]), но не имеет обратных элементов.

2. Еще один вывод следует из факта существования римского множества: свойство дивергенции орграфа ведет к ситуации, когда все точки структуры становятся различимыми и переходят только сами в себя. Это конечная операция «единицы» $g[0]^{-1}$. Конвергенция же, наоборот, приводит к абсолютной симметрии, когда все точки структуры становятся неразличимыми. Это конечная операция «нуля» g[4] = g[R] (в табл. 1).

Применение этого вида симметрии в геометрической модели расширенной мозаики (по рис. 1б) приводит к объяснению «нарушения симметрии» рынка биржевых цен на золото (рис. 2) с 2000 по 2011 год и возможности прогнозирования на последующие годы.

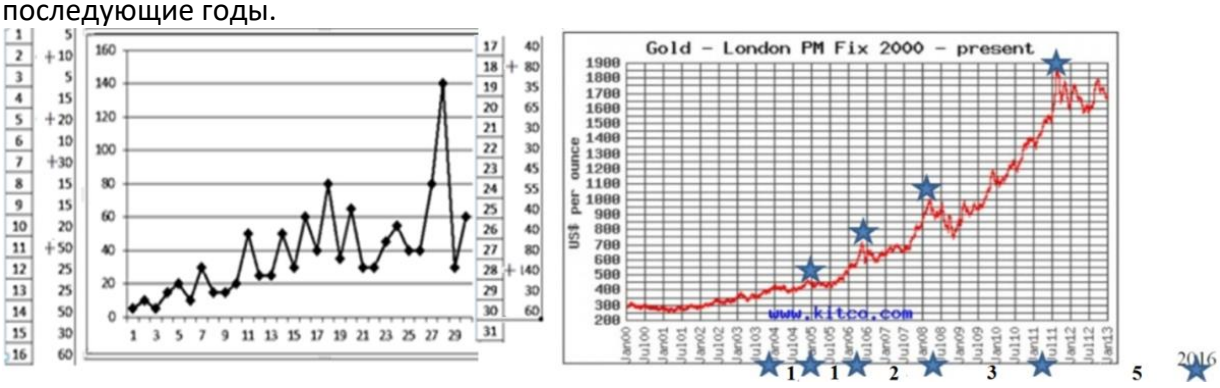



*Рис. 2. Биржа как экономическая система. Рост цен на золото в теории (слева) и реальном процессе (справа) [4].*

**Выводы.** В компьютерном эксперименте, при изучении структур преобразований с нарушенной симметрией, обнаружены новые («римские») множества: с «нулем», «единицей», без обратных элементов, с конвергентными (сходимостью) и дивергентными (расходимостью) свойствами орграфа структуры. Этот подход, в частности (см. рис. 1а), наглядно демонстрирует ***рождение*** эволюционных деревьев орграфа структуры и в то же время выделяет самый общий аспект исследований, важный для всех наук (от экономики, микробиологии до кристаллографии, астрофизики и т.д.).

Список литературы.

1. Власов М. П. Моделирование экономических систем и процессов: учеб. пособие / М. П. Власов, П. Д. Шимко. - М. : ИНФРА-М, 2014.

2. Кунин Е. Логика случая. О природе и происхождении биологической эволюции / пер., изд. на русском языке. – М. : ЗАО «Издательство Центрполиграф», 2014. – 130 с.

3. Бокарев Ю. П. Виртуально-пространственный подход в экономической компаративистике. / История мировой экономики. Вып. 1. Компаративные исследования экономической истории (сборник статей). – М. : Институт экономики РАН, 2012. – С. 109-160.

4. Рау В. Г., Шалумов А. С., Поляков С. В., Рау Т. Ф., Малеев А. В. Модель и программа устойчивого роста накоплений / Динамика сложных систем. – 2014. - № 5. – Т. 8. - С. 66-71.